السؤال الأول :

بالملاحظة س= ١ يحقق المعادلة إذن هو أحد حلول المعادلة

بقية الحلول لم أتمكن من إيجادها

السؤال الثاني :

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{-x^2+3x-2}}dx$$

بإكمال المربع لما تحت الجذر نحصل على

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{-x^2+3x-2}}dx = \int \frac{1}{(x-1)\sqrt{\frac{1}{4}-(x-\frac{3}{2})^2}}dx = \int \frac{1}{\frac{1}{2}(x-1)\sqrt{1-[2(x-\frac{3}{2})]^2}}dx$$

بوضع $\sin q = 2(x-\frac{3}{2}) \Rightarrow dx = \frac{\cos q}{2}dq, x = \frac{\sin q}{2}+\frac{3}{2}$ نحصل على ....*

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{-x^2+3x-2}}dx = \int \frac{\frac{\cos q}{2}}{\frac{1}{4}(\sin q+3-2)\sqrt{1-\sin^2 q}}dq = 2\int \frac{\cos q}{(\sin q+1)\cos q}dq$$

$$= 2\int \frac{1}{(\sin q+1)}dq$$

بضرب البسط و المقام في مرافق المقام نجد أن

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{-x^2+3x-2}}dx = 2\int \frac{1-\sin q}{(1+\sin q)(1-\sin q)}dq = 2\int \frac{1-\sin q}{1-\sin^2 q}dq = 2\int \frac{1-\sin q}{\cos^2 q}dq$$

$$= 2\int \frac{1}{\cos^2 q}dq - 2\int \frac{\sin q}{\cos^2 q}dq = 2\int \sec^2 q\, dq - 2\int \frac{\sin q}{\cos^2 q}dq = 2\tan q - \frac{2}{\cos q}+c$$

من *

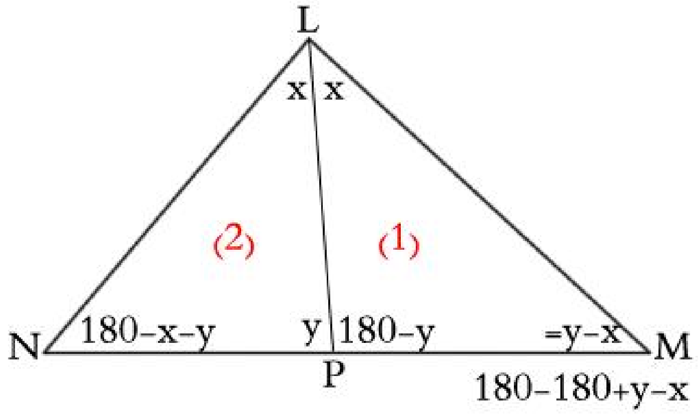
$$\sin^2 q = 4(x-\frac{3}{2})^2 \Rightarrow 1-\sin^2 q = 1-4(x-\frac{3}{2})^2 \Rightarrow \cos^2 q = 1-4(x-\frac{3}{2})^2 \Rightarrow \cos q = \sqrt{1-4(x-\frac{3}{2})^2}$$

بالتعويض في ناتج التكامل عن قيمة الجا و الجتا نجد أن

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{-x^2+3x-2}}dx = \frac{4(x-\frac{3}{2})}{\sqrt{1-4(x-\frac{3}{2})^2}} - \frac{2}{\sqrt{1-4(x-\frac{3}{2})^2}}+c$$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

السؤال الثالث :



باستخدام قاعدة لامي على المثلث الأول:

$$\frac{ML}{\sin(180-y)}=\frac{MP}{\sin x}=\frac{LP}{\sin(y-x)} \quad \text{.............................}١$$

باستخدام قاعدة لامي على المثلث الثاني:

$$\frac{NL}{\sin y}=\frac{NP}{\sin x}=\frac{LP}{\sin(180-y-x)} \quad \text{..........................}٢$$

وحيث أن $\sin(180-y-x)=\sin(y+x)$, $\sin(180-y)=\sin y$

$$\Rightarrow (1):\frac{ML}{\sin(y)}=\frac{MP}{\sin x}=\frac{LP}{\sin(y-x)}$$

$$\Rightarrow (2):\frac{NL}{\sin y}=\frac{NP}{\sin x}=\frac{LP}{\sin(y+x)}$$

من (١) :

$$\frac{ML}{\sin(y)}=\frac{MP}{\sin x}\Rightarrow \sin y=\frac{ML}{MP}\sin x \quad \text{..................}*$$

من (٢) :

$$\frac{NL}{\sin y}=\frac{NP}{\sin x}\Rightarrow \sin y=\frac{NL}{NP}\sin x \quad \text{.....................}**$$

من * وَ **

$$\frac{ML}{MP}\sin x=\frac{NL}{NP}\sin x\Rightarrow \frac{ML}{MP}=\frac{NL}{NP}\Rightarrow ML\times NP=NL\times MP \quad \text{.........}\$$$

أيضاً من (١)

$$\frac{LP}{\sin(y-x)}=\frac{ML}{\sin y}\Rightarrow LP=\frac{ML}{\sin y}\sin(y-x) \quad \text{.....................}\$\$$$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

من (٢) أيضاً :

$$\frac{LP}{\sin(y+x)}=\frac{NL}{\sin y}\Rightarrow LP=\frac{NL}{\sin y}\sin(y+x)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\$\$\$$$

بضرب $$ في $$$

$$(LP)^2=\frac{ML\times NL}{\sin^2 y}\sin(y-x)\sin(y+x)$$

وحيث أن

$$\sin(y-x)\sin(y+x)=\sin^2 y\cos^2 x-\sin^2 x\cos^2 y$$

نجد أن

$$(LP)^2=\frac{ML\times NL}{\sin^2 y}\sin(y-x)\sin(y+x)=ML\times NL(\cos^2 x-\frac{\cos^2 y\sin^2 x}{\sin^2 y})$$

وحيث أنه من *

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y}=(\frac{MP}{NP})^2$$

$$(LP)^2=ML\times NL(\cos^2 x-\frac{\cos^2 y\sin^2 x}{\sin^2 y})=ML\times NL(\cos^2 x-\left(\frac{MP}{ML}\right)^2\cos^2 y)$$

ومن *

$$\sin y=\frac{ML}{MP}\sin x\Rightarrow\cos^2 y=1-\left(\frac{ML}{MP}\sin x\right)^2$$

$$\Rightarrow(LP)^2=ML\times NL[\cos^2 x-[1-\left(\frac{ML}{MP}\right)^2\sin^2 x][\frac{MP}{ML}]^2]$$

$$=ML\times NL[\cos^2 x-[\frac{MP}{ML}]^2+\sin^2 x]=ML\times NL[1-[\frac{MP}{ML}]^2]=ML\times NL-PN\times PM$$

و هو المطلوب إثباته

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

السؤال الخامس :

$f(1)=a+b+c$
$\Rightarrow f(f(1))=f(a+b+c)=a(a+b+c)^2+b(a+b+c)+c$ ....(1)

$f(2)=4a+2b+c$
$\Rightarrow f(f(2))=f(4a+2b+c)=a(4a+2b+c)^2+b(4a+2b+c)+c$ ....(2)

$f(3)=9a+3b+c$
$\Rightarrow f(f(3))=f(9a+3b+c)=a(9a+3b+c)^2+b(9a+3b+c)+c$ ....(3)

وحيث أن $f(f(1))=f(f(2))=f(f(3))$

بمساواة (١) وَ (٢) والاختصار نحصل على

$(3a+b)(5a^2+3ab+2ac+b)=0$ ....*

بمساواة (١) وَ (٣) والاختصار نحصل على

$(8a+2b)(10a^2+4ab+2ac+b)=0$ ....**

بمساواة (٢) وَ (٣) والاختصار نحصل على

$(5a+b)(13a^2+5ab+2ac+b)=0$ ....***

في * أما $(3a+b)=0$ أو $(5a^2+3ab+2ac+b)=0$ بفرض أن $(3a+b)=0\Rightarrow b=-3a$

بالتعويض عن b في ** نحصل على
$2a^2(-2a+2c-3)=0$

وحيث أن $a\neq 0\Rightarrow(-2a+2c-3)=0\Rightarrow c=a+\frac{3}{2}$

بالتعويض عن b وَ c في *** نجد أن مع مراعاة الشرط $a\neq 0$

$2a^2(15a-15)=0\Rightarrow a=1$

إذن الحل الأول

$$a=1,b=-3,c=\frac{5}{2}$$

بفرض أنه في ** $8a+2b=0\Rightarrow b=-4a$

وبالتعويض عن b في * نحصل على $c=2+\frac{7}{2}a$

وبالتعويض عن b وَ c في *** نحصل على $a=1$ طبعاً كل ذلك يتم مع مراعاة الشرط $a\neq 0$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

إذن الحل الثاني

$$a=1, b=-4, c=\frac{11}{2}$$

بفرض أنه في *** $5a+b=0 \Rightarrow b=-5a$

وبالتعويض عن b في * نحصل على $c=5a+\frac{5}{2}$

وبالتعويض عن b وَ c في ** نحصل على المعادلة التالية

$$-2a^2(10a-20a+10a+5-5)=-2a^2(0)=0$$

وحيث ان $a \neq 0$ و المعادلة السابقة متحققة لأي قيمة لـ a

إذن نفرض أن $a=t \Rightarrow a=t, b=-5t, c=5t+\frac{5}{2}$ حلول للمعادلة

إذن الحل الثالث

$$a=t, b=-5t, c=5t+\frac{5}{2}$$

لا يوجد قيمة لِـ t تجعل c عدد صحيح

وحيث أن a وَb وَ c المطلوب إيجادها أعداد صحيحة إذن الحل الأول و الثاني و الثالث مرفوضين

بقي احتمال أن من * وَ ** وَ ***:

$$(5a^2+3ab+2ac+b)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$(10a^2+4ab+2ac+b)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$(13a^2+5ab+2ac+b)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

بحل (٤) وَ (٥) نجد أن $b=-5a$ و بالتعويض في (٦) $c=6a+\frac{5}{2}$ و بالتعويض عن b وَ c في (٤) نجد أن $a=0$ إذن هذا الحل مرفوض من الشرط $a \neq 0$

بحل (٤) وَ (٦) نجد أن $b=-4a$ و بالتعويض في (٥) $c=3a+4$ و بالتعويض عن b وَ c في (٤) نجد أن $a=4$

إذن الحل :

$$a=4, b=-16, c=16$$

هذا الحل مقبول لأن جميعها أعداد صحيحة

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

بحل (٥) وَ (٦) نجد أن $b=-3a$ و بالتعويض في (٥) $c=2a+\frac{3}{2}$ وحيث أنه مهما كانت قيمة a فإن c لا يمكن أن يصبح عدد صحيح إذن الحل مرفوض.

إذن الحل المطلوب هو

$$a=4, b=-16, c=16$$

تحياتي finalbreath777

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com