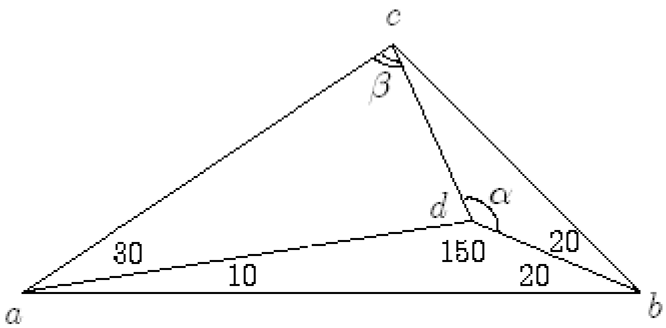

واضح أن

$$\alpha = 360 - (150 + (150 - \beta)) = 60 + \beta$$

وبما أن $\beta \in (0^\circ, 180^\circ)$ لذا يلزم أن تكون
$\alpha \in (60^\circ, 180^\circ)$

بتطبيق قانون الجيوب في المثلثين abd و cda :

$$\frac{ad}{\sin 20} = \frac{ab}{\sin 150} \Longrightarrow ad = \frac{\sin 20}{\sin 150} ab$$

$$\frac{ad}{\sin \beta} = \frac{cd}{\sin 30}$$

وبتعويض قيمة ad في المعادلة الثانية :

$$\frac{\sin 20}{\sin 150} \frac{ab}{\sin \beta} = \frac{cd}{\sin 30} \Longrightarrow \frac{ab}{\sin \beta} = \frac{cd}{\sin 20}$$

ولكن بتطبيق قانون الجيوب في cdb :

$$\frac{cb}{\sin \alpha} = \frac{cd}{\sin 20}$$

من خلال المعادلتين الأخيرتين ينتج أن :

$$\frac{cb}{\sin \alpha} = \frac{ab}{\sin \beta} \qquad (1)$$

وبتطبيق قانون الجيوب في المثلث abc :

$$\frac{cb}{\sin 40} = \frac{ab}{\sin 100} \qquad (2)$$

بقسمة (1) على (2) وبما أن $\beta = \alpha - 60$:

$$\frac{\sin 40}{\sin \alpha} = \frac{\sin 100}{\sin \beta} \Longrightarrow \sin 40 \sin(\alpha - 60) = \sin 100 \sin \alpha$$

باستخدام قانون حاصل الضرب

$$\cos(\alpha - 100) - \cos(\alpha - 20) = \cos(\alpha - 100) - \cos(100 + \alpha)$$

$$\therefore \cos(\alpha - 20) = \cos(100 + \alpha)$$

إما $\alpha - 20 = \alpha + 100 + 360n$ وهذه المساواة خاطئة .

أو $20 - \alpha = \alpha + 100 + 360n$ ، والحالة الوحيدة التي يكون فيها الحل في الفترة $(60, 180)$ هي عندما :

$$\boxed{\alpha = 140^\circ}$$