السؤال الأول :

بضرب المعادلة في x تصبح :

$$2^{\frac{1}{x}}x^2+2^x=4x \quad \Rightarrow \quad 2^{\frac{1}{x}}x^2-4x+2^x=0$$

نوجد قيمة x وذلك باستخدام القانون العام

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\times2^{\frac{1}{x}}\times2^x}}{2\times2^{\frac{1}{x}}} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{2\pm\sqrt{4-2^{\frac{1}{x}}\times2^x}}{2^{\frac{1}{x}}}$$

وحيث أن x عدد حقيقي إذن لابد أن يكون ما بداخل الجذر أكبر من أو يساوي الصفر

أولاً : إذا فرضنا أن ما بداخل الجذر يساوي الصفر

$$\Rightarrow 4-2^{\frac{1}{x}}\times2^x=0 \quad \Rightarrow \quad 4=2^{\frac{1}{x}}\times2^x \quad \Rightarrow \quad 2^2=2^{\frac{1}{x}+x} \quad \Rightarrow \quad 2=\frac{1}{x}+x$$

$$\Rightarrow 2x=1+x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2-2x+1=0 \quad \Rightarrow \quad (x-1)^2=0 \quad \Rightarrow \quad x=1$$

ثانياً : بفرض أن ما بداخل الجذر أكبر من الصفر

$$\Rightarrow 4-2^{\frac{1}{x}}\times2^x>0 \quad \Rightarrow \quad 4>2^{\frac{1}{x}}\times2^x \quad \Rightarrow \quad 2^2>2^{\frac{1}{x}+x} \quad \Rightarrow \quad 2>\frac{1}{x}+x$$

$$\Rightarrow 2x>1+x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2-2x+1<0 \quad \Rightarrow \quad (x-1)^2<0$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين نحصل على $|x-1|<0$ وهذا مستحيل .

إذن العدد الحقيقي الوحيد الذي يحقق المعادلة هو ١

تحياتي finalbreath777

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com