

تستند البراهين على خصائص القسمة وخصائص القوى التالية :

1. إذا كان  $b$  قاسما لـ  $a$  فإنه قاسم لنتائج ضرب  $a$  في أي مقدار.

$$2. a^{m \times n} = (a^m)^n$$

3. إذا كان  $b$  قاسما لـ  $a$  و  $c$  فإنه قاسم لـ  $a + c$ .

- بما أن  $(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)(a - 1) = a^n - 1$  فإن كون  $a - 1$  مضاعفا لـ  $b$  يفرض أن يكون  $a^n - 1$  مضاعفا له.
- معنا  $3^{2k} - 1 = (3^2)^k - 1 = 9^k - 1$  ما سبق يسمح لنا بالاستنتاج أن  $3^{2k} - 1 = (3^2)^k - 1 = 9^k - 1$  مضاعف لـ 4 لأن  $9 - 1 = 8$  هو مضاعف لـ 4.
- معنا  $5^{2k} - 1 = (5^2)^k - 1 = 25^k - 1$  ما سبق يسمح لنا بالاستنتاج أن  $5^{2k} - 1 = (5^2)^k - 1 = 25^k - 1$  مضاعف لـ 4 لأن  $25 - 1 = 24$  هو مضاعف لـ 4.
- بما أن كلا من  $3^{2k} - 1$  و  $5^{2k} - 1$  مضاعف لـ 4 لإذن مجموعهما مضاعف له.